

$$\begin{cases} c = 1 \\ |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2 \end{cases}$$

$$T = \pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2 \xrightarrow{b < 0} b = -2$$

پاسخ سؤالات ۲ تا ۴

۲ چهارم

۳ $-\infty$

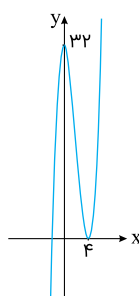
۴ -9

۵

$$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, 4$$

$$y'' = 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2$$

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y''			0			
y	$-\infty$	32	16	0	$+\infty$	
		ماکزیمم	عطف	مینیمم		



$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + x \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2 \sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x(2 \cos x - 1) = 0$$

روش دوم:

$$\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

۷ الف

$$\text{آهنگ متوسط در بازه } [0, 2] = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{2 - 0}{2} = 1$$

ب

$$\text{آهنگ لحظه‌ای} = f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow 2x - 1 > 1 \Rightarrow x > 1$$

توجه: اشتراک $x > 1$ با بازه $[0, 2]$ نیز به عنوان پاسخ نهایی، صحیح می باشد.

۸

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \times$$

$$\left. \begin{array}{l} f(-1) = 11 \\ f(2) = -16 \\ f(3) = -9 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مقدار ماکزیمم} = 11$$

پاسخ سؤالات ۹ تا ۱۱

۹

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۱۰

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2$$

۱۱

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty$$

۱۲

$$|a| = \frac{\max - \min}{\gamma} = \frac{9 - 3}{2} = 3$$

$$c = \frac{\max + \min}{\gamma} = \frac{9 + 3}{2} = 6$$

روش دوم:

$$\begin{cases} |a| + c = 9 \\ -|a| + c = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 6 \\ |a| = 3 \end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{f}$$

ب

پاسخ سؤالات ۱۳ تا ۱۴

$$p(2) = 0 \Rightarrow \lambda + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5$$

$$p(-1) = 6$$

$$x^5 - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

۱۳

۱۴

پاسخ سؤالات ۱۵ تا ۱۶

۱۵ ۲

۱۶ سهمی

۱۷ الف روش اول:

$$\frac{h(4) - h(3)}{4 - 3} = \frac{\lambda_0 - 75}{1} = 5$$

روش دوم:

$$\text{سرعت متوسط} = h'(3/5) = -10(3/5) + 40 = 5$$

$$h'(t) = -10t + 40 \Rightarrow -10t + 40 = 20 \Rightarrow t = 2$$

ب

فرض کنیم $y = ax + b$ ، خط مماس بر منحنی f در نقطه $(۲, ۴)$ واقع بر آن باشد.

$$\lim_{x \rightarrow ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = ۳ \Rightarrow f'(۲) = ۳ \Rightarrow a = ۳$$

$$y = ۳x + b \xrightarrow{(۲, ۴)} b = -۲ \Rightarrow y = ۳x - ۲$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = ۳ \Rightarrow f'(۲) = ۳ \Rightarrow m = ۳$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{(۲, ۴)} y - ۴ = ۳(x - ۲) \Rightarrow y = ۳x - ۲$$

پاسخ سؤالات ۱۹ تا ۲۰

درست

۱۹

نادرست

۲۰

الف

۲۱

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{(x - \infty)^2} = \frac{1}{\infty^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow ۳^-} \frac{۳ - [x]}{x - ۳} = \frac{1}{\infty^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-۶x^۳ + ۷x - ۹}{۲x^۳ - ۴x^۲ + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-۶x^۳}{۲x^۳} = -۳$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{۲}xy = \frac{1}{۲}x(۱۲ - x^۲) = ۶x - \frac{1}{۲}x^۳ \Rightarrow S' = ۶ - \frac{۳}{۲}x^۲$$

$$۶ - \frac{۳}{۲}x^۲ = 0 \xrightarrow{x > 0} x = ۲ \Rightarrow y = ۱۲ - ۴ = ۸ \Rightarrow A(۲, ۸)$$

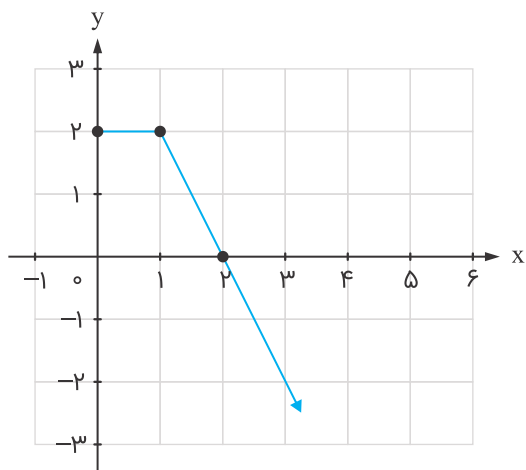
x	۰	۲	$\sqrt{۱۲}$
$S'(x)$		+	-
$S(x)$		$\nearrow$	$\searrow$

۸

۲۲

$$\left. \begin{aligned} f'_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| - 0}{x} = -1 \\ f'_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 0}{x} = 0 \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow f'_-(0) \neq f'_+(0)$ مشتق ناپذیر



$$\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \xrightarrow{(\circ, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

روش دوم:

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \xrightarrow{(\circ, \pi)} 2x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \xrightarrow{(\circ, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

روش سوم:

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow{(\circ, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

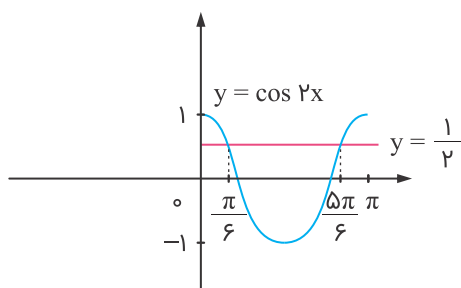
روش چهارم:

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{(\circ, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

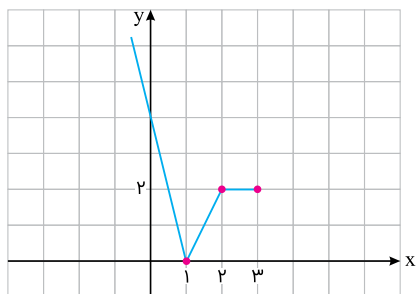
روش پنجم:

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \xrightarrow{(\circ, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$



$$\begin{aligned} ((f+g) \circ f)'(1) &= f'(1) \times (f+g)'(f(1)) \\ &= f'(1) \times (f'(1) + g'(1)) = 3 \times (3 + 5) = 24 \end{aligned}$$

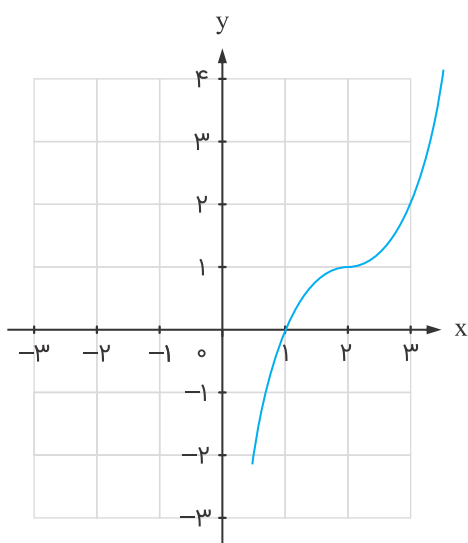
دامنه: $(-\infty, 3]$
بردار: $[0, +\infty)$



$$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha}$$

$$= \frac{\frac{\delta}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{\delta}{x^2}} = \frac{\frac{\delta}{x}}{\frac{x^2 + \delta}{x^2}} = \frac{\delta x}{x^2 + \delta}$$

۲۸



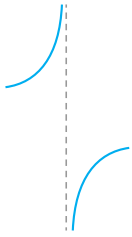
۲۹

$$\left. \begin{aligned} f(3) &= -1 \Rightarrow 27 + 9a + 3b + c = -1 \\ f'(x) &= 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f'(3) = 0 \\ &\Rightarrow 27 + 6a + b = 0 \\ f''(x) &= 6x + 2a \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 6 + 2a = 0 \\ &\Rightarrow a = -3, \quad b = -9, \quad c = 26 \end{aligned} \right\}$$

۳۰

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow o^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow o^-} f(x) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = o \text{ مجانب قائم}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{y^2x - 1}{x^3 + y^2x} = o \Rightarrow y = o \text{ مجانب افقی}$$



روش اول:

$$\begin{aligned} f'_-(y) &= \lim_{x \rightarrow y^-} \frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \lim_{x \rightarrow y^-} \frac{|x^2 - 4| - o}{x - y} = \lim_{x \rightarrow y^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - y} \\ &= \lim_{x \rightarrow y^-} \frac{-(x - y)(x + y)}{x - y} = -4 \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} f'_-(y) &= \lim_{h \rightarrow o^-} \frac{f(y+h) - f(y)}{h} = \lim_{h \rightarrow o^-} \frac{|(y+h)^2 - 4| - o}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow o^-} \frac{|h^2 + 4h|}{h} = \lim_{h \rightarrow o^-} \frac{-(h^2 + 4h)}{h} = -4 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 3(x-2)^2 + \frac{5(\sqrt{2x-1}) - \frac{2}{2\sqrt{2x-1}}(5x+3)}{(\sqrt{2x-1})^2}$$

پاسخ سؤالات ٣٤ تا ٣٥

$$f'(x) = 2 \times 3x^2(x^3+1)(\sqrt{3x+2}) + \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^3+1)^2$$

$$g'(x) = 2 \times 3 \times \cos 3x \sin 3x + 2x(1 + \tan^2(x^2))$$

پاسخ سؤالات ٣٦ تا ٣٧

۳ = طول ماکزیمم نسبی

۲ = طول مینیمم نسبی

۱ = طول ماکزیمم مطلق

۴ = طول مینیمم مطلق

هندسه

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

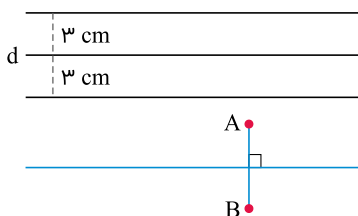
$$A^2 - 2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|A^3| = |A|^3 = -8 \Rightarrow |A| = -2$$

$$\frac{|A^{-1}|}{|3A|} = \frac{\frac{1}{|A|}}{3^3 |A|} = \frac{1}{3^6}$$

۴۱ مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف AB و مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ cm باشد، دو خط موازی d به فاصله ۳ cm از آن هستند. بنابراین نقطه برخورد عمودمنصف AB و دو خط موازی d، جواب مسئله است.

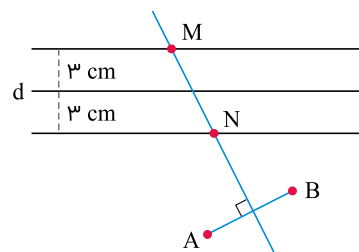
مسئله فاقد جواب است.



مسئله بی‌شمار جواب دارد.



مسئله دو جواب دارد.



۴۲ درست

۴۳ نادرست

۴۴ ۱۴

۴۵ وارون پذیری A یا $|A| \neq 0$

۴۶ بخش اول، به ۳ روش زیر قابل حل است:

$$(\vec{a} - \vec{b}) \perp (\vec{a} + \vec{b})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (-m, 2, -m-4) \cdot (-m, -4, m) = 0 \Rightarrow m = -2 \\ (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0 \Rightarrow |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 0 \Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}| \Rightarrow m = -2 \\ \text{چهارضلعی بنا شده روی بردارهای } \vec{a} \text{ و } \vec{b} \text{ لوزی است} \Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}| \Rightarrow m = -2 \end{cases}$$

بخش دوم، به ۳ روش زیر قابل حل است:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (-6, 0, -6) \Rightarrow \begin{cases} V = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b})| = 72 \\ \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & -3 & 0 \\ -6 & 0 & -6 \end{vmatrix} = 72 \Rightarrow V = 72 \\ h = |\vec{a} \times \vec{b}| \Rightarrow V = Sh = |(\vec{a} \times \vec{b})|^2 = 72 \end{cases}$$

۴۷

$$\vec{a} = (-1, 0, -\sqrt{3})$$

$$\vec{b}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \vec{a} = \frac{-2\sqrt{3}}{4} (-1, 0, -\sqrt{3}) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{3}{2}\right)$$

$$|\vec{b}'| = \sqrt{3}$$

پاسخ سؤالات ۴۸ تا ۵۱

۴۸ نادرست

۴۹

$$x = 2$$

۵۰ بردار صفر یا $\vec{O}$

۵۱

$$\vec{x} = \vec{a} - \vec{b}$$

اگر FF' را فاصلهٔ کانونی، و BB' را قطر کوچک بیضی در نظر بگیریم، داریم:

$$FF' = BB' \Rightarrow \gamma c = \gamma b \Rightarrow c = b$$

$$a^{\gamma} = b^{\gamma} + c^{\gamma} \Rightarrow a^{\gamma} = c^{\gamma} + c^{\gamma} \Rightarrow a^{\gamma} = \gamma c^{\gamma} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma}$$

$$(x^{\gamma} = \lambda y \xrightarrow{x=f} y = \gamma) \Rightarrow A(f, \gamma)$$

$$(fa = \lambda \Rightarrow a = \gamma) \Rightarrow F(o, \gamma), y = \gamma$$

$$x = 1$$

$$\frac{S_{FBF'}}{S_{BA'O}} = \frac{\frac{1}{\gamma} \times \gamma c \times b}{\frac{1}{\gamma} \times a \times b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{\lambda}$$

روش اول: به ازای هیچ مقدار m

$$\frac{-f}{\gamma} \neq \frac{m - \gamma}{-\frac{(m - \gamma)}{\gamma}} \Rightarrow -\gamma \neq -\gamma$$

روش دوم: به ازای هیچ m ای دترمینان زیر مخالف صفر نمی‌شود.

$$\begin{vmatrix} -f & m - \gamma \\ \gamma & -\frac{m - \gamma}{\gamma} \end{vmatrix} = -f\left(-\frac{m - \gamma}{\gamma}\right) - \gamma(m - \gamma) = 0$$

الف

$$-\frac{a}{\gamma} = 1 \Rightarrow a = -\gamma$$

$$r = \frac{1}{\gamma} \sqrt{a^{\gamma} + b^{\gamma} - fc} = \frac{1}{\gamma} \sqrt{f + 16 + 16} \Rightarrow r = \gamma$$

$$S = (1, -\gamma), a = 1 \Rightarrow (x - 1)^{\gamma} = -f(y + \gamma)$$

$$O(\gamma, -f), \quad R = \delta$$

$$O'(o, o), \quad R' = \gamma$$

$$OO' = \gamma\sqrt{\delta}, \quad |R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع هستند.}$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow O(2, -1) \Rightarrow OH = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$r^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{5}{2}$$

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = \frac{5}{2}$$

$$BB' = 2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

$$2c = 2\sqrt{3} \Rightarrow c = \sqrt{3}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12$$

$$\Rightarrow a = 2\sqrt{3} \Rightarrow AA' = 2a = 4\sqrt{3}$$

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{41} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = 6\sqrt{3}$$

$$\sin \theta = \frac{6\sqrt{3}}{4 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{1}{2}$$

$$a \cdot (a - b) = |\vec{a}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 4^2 - 4 \times 3 \times \left(\pm \frac{1}{2}\right) = 16 \mp 6$$

توجه: برای محاسبه $\vec{a} \cdot \vec{b}$ از روش زیر هم می‌توان استفاده کرد.

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$$

$$\Rightarrow (6\sqrt{3})^2 = 4^2 \times 3^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \pm 6$$

ریاضیات گسسته

$$3^5 - (3 \times 2^5 - 3) = 150$$

$$a^2 + b^2 \geq ab + a - b - 1$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 - 2ab - 2a + 2b + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a - b)^2 + (a - 1)^2 + (b + 1)^2 \geq 0$$

این رابطه، همواره برقرار است.

$p = ۷, q = ۱۰$

ب ceabgf یا cebagf

پ ebgfe یا eagfe یا ebage یا eagbe

ت خیر، زیرا رأس e در گراف G ، ماکزیمم درجه است؛ لذا درجه آن در گراف $\overline{G}$ ، صفر است.
یا:

$\deg_G(e) = p - ۱ = \Delta = ۶$
 $\Rightarrow \deg_{\overline{G}}(e) = ۰ \Rightarrow \overline{G}$ ناهمبند است.

	w_1	w_2	w_3		w_1	w_2	w_3		w_1	w_2	w_3
شنبه	۱	۲	۳	شنبه	۳	۱	۲	شنبه	۱۳	۲۱	۳۲
یکشنبه	۳	۱	۲	یکشنبه	۱	۲	۳	یکشنبه	۳۱	۱۲	۲۳
دوشنبه	۲	۳	۱	دوشنبه	۲	۳	۱	دوشنبه	۲۲	۳۳	۱۱

چون اعداد دورقمی تکراری در مربع ساخته شده وجود ندارد، پس متعامدند.
 (مربع های لاتین فوق، پیشنهادی هستند. نوشتن مربع های لاتین دیگری که ویژگی سؤال را داشته باشند نیز صحیح می باشد.)

$\frac{۱۰!}{۲! \times ۳! \times ۴!}$

خیر، زیرا رأس d احاطه نمی شود.
یا:

$N_G[a] \cup N_G[b] \cup N_G[m] \neq V(G)$

ب داریم $\chi(G) \geq \left\lceil \frac{۱۱}{۶} \right\rceil = ۲$ و از طرفی، مجموعه سه عضوی $\{a, m, d\}$ ، احاطه گر مینیمم می باشد. پس: $\chi(G) = ۳$.

پ $\{f, g, h, i, j\}$

پاسخ سؤالات ۷۰ تا ۷۱

۷۰

$\left\lceil \frac{۷}{۳} \right\rceil$ یا ۳

۷۱

$\frac{۵!}{۲!}$ یا ۶۰

۷۲

روش اول:

$$x_1 + ۲(۳) + x_۳ + x_۴ = ۲۰ \Rightarrow x_1 + x_۳ + x_۴ = ۱۴$$

$$x_1 - ۳ \geq ۰ \Rightarrow x_1 = y_1 + ۳, \; x_۳ - ۴ \geq ۰ \Rightarrow x_۳ = y_۳ + ۴$$

$$y_1 + ۳ + y_۳ + ۴ + x_۴ = ۱۴ \Rightarrow y_1 + y_۳ + x_۴ = ۷$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} ۷ + ۳ - ۱ \\ ۳ - ۱ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۹ \\ ۲ \end{pmatrix} = ۳۶$$

روش دوم:

$$x_1 + x_۳ + x_۴ = ۱۴$$

$$\begin{pmatrix} ۱۴ - ۳ - ۴ + ۳ - ۱ \\ ۳ - ۱ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۹ \\ ۲ \end{pmatrix} = ۳۶$$

۷۳

روش اول:

$$\begin{cases} a = ۴q_1 + ۲ \\ a = ۵q_۲ + ۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۵a = ۲۰q_1 + ۱۰ \\ ۴a = ۲۰q_۲ + ۱۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = ۲۰(q_1 - q_۲) - ۲ \Rightarrow a = ۲۰(q_1 - q_۲) - ۲ + ۲۰ - ۲۰$$

$$\Rightarrow a = ۲۰(\underbrace{q_1 - q_۲}_{q_۳} - ۱) + ۱۸ \Rightarrow a = ۲۰(\underbrace{q_۳ - ۱}_q) + ۱۸$$

$$\Rightarrow a = ۲۰q + ۱۸ \Rightarrow r = ۱۸ \text{ یی } r = -۲ + ۲۰ = ۱۸$$

روش دوم:

$$\begin{cases} a \overset{۴}{\equiv} ۲ \overset{۴}{\equiv} ۱۸ \\ a \overset{۵}{\equiv} ۳ \overset{۵}{\equiv} ۱۸ \end{cases} \Rightarrow a = ۴k + ۱۸ \Rightarrow ۴k + ۱۸ \overset{۵}{\equiv} ۱۸$$

$$\Rightarrow k = ۵t \Rightarrow a = ۲۰t + ۱۸ \Rightarrow r = ۱۸$$

۷۴

الف

$\{b, g, a, f\}$

ب

$\{c, e, h\}$

پ

ec یا eh یا gf یا gc

۷۵ نادرست

۷۶ نادرست

۷۷ درست

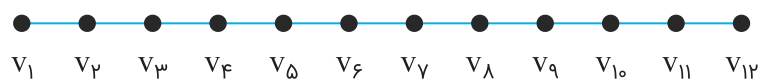
۷۸ نادرست

۷۹

$$a|7k+1 \Rightarrow a|28k+4$$

$$a|4k+3 \Rightarrow a|28k+21$$

$$a|17 \text{ یا } a|-17 \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a=1 \text{ یا } a=17$$



$$\{v_2, v_5, v_8, v_{11}\}$$

۸۰ الف

ب

۸۱ روش اول:

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times (2!)^5 = 3840$$

روش دوم:

$$(10 \times 1) \times (8 \times 1) \times (6 \times 1) \times (4 \times 1) \times (2 \times 1) = 3840$$

۸۲ روش اول:

$$5x \equiv 22 \Rightarrow x \equiv 8 \Rightarrow x = 9k + 8$$

$$5(9k + 8) + 9y = 22 \Rightarrow y = -2 - 5k$$

روش دوم:

$$9y \equiv 22 \Rightarrow y \equiv 3 \Rightarrow y = 5k + 3$$

$$5x + 9(5k + 3) = 22 \Rightarrow x = -1 - 9k$$

تعداد لانه $n = 3 \times 3 = 9$

$$k + 1 = 21 \Rightarrow k = 20$$

تعداد کبوترها $kn + 1 = 20 \times 9 + 1 = 181$

فیزیک

پاسخ سؤالات ۸۴ تا ۸۷

۸۴ افزایش می‌یابد.

۸۵ تشدید

۸۶ الکترومغناطیسی (گاما، ایکس، فرابنفش یا...)

۸۷ کاهش می‌یابد.

پاسخ سؤالات ۸۸ تا ۹۰

۸۸ در بازه زمانی صفر تا t_1

۸۹ در لحظه t_1

۹۰ در لحظه t_3

۹۱ الف

$$P t = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda \times 60 = n \times \frac{2 \times 10^{-25}}{250 \times 10^{-9}} \\ \Rightarrow n = 6 \times 10^{20}$$

ب انرژی جنبشی ثابت می‌ماند. تعداد فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد.

۹۲ الف

$$T = 0.4 \text{ s}, \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \text{ rad/s} \\ \Rightarrow x = 0.4 \cos 5\pi t$$

ب برابرند.

۹۳

در حرکت با سرعت ثابت، اندازه جابه‌جایی و مسافت پیموده شده برابر هستند. این به این دلیل است که در این نوع حرکت، جهت حرکت ثابت است و هیچ تغییری در مسیر وجود ندارد.

۹۴

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 16$$

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \Delta\beta = 12 \text{ dB}$$

پاسخ سؤالات ۹۵ تا ۹۶

۹۵

به خاطر تداخل سازنده و ویرانگر در امواج صوتی

۹۶

$$420 - 300 = 2f_1 \Rightarrow f_1 = 60 \text{ Hz}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 60 = \frac{240}{2L} \Rightarrow L = 2 \text{ m}$$

۹۷

وزنه با جرم معین را به یک فنر در راستای قائم، آویزان می‌کنیم. به کمک خط‌کش تغییر طول فنر را اندازه می‌گیریم. سپس با رابطه $k = \frac{mg}{\Delta L}$ ثابت فنر را محاسبه می‌کنیم.

۹۸

الف

$$f_{s, \max} = \mu_s mg \Rightarrow f_{s, \max} = 0.4 \times 30 = 12 \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_s = 8 \text{ N}$$

ب

کاهش

۹۹

الف

نمودار ۱

پاسخ سؤالات ۱۰۰ تا ۱۰۳

۱۰۰

سرعت

۱۰۱

مکان

۱۰۲

کوچک‌تر

۱۰۳

تغییر سرعت

$$\gamma d = v \Delta t \Rightarrow \gamma \times 13/2 = 330 \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = 0.08 \text{ s} \Rightarrow \Delta t < 0.1 \text{ s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow v = \gamma \sqrt{v} = \gamma/\lambda \frac{m}{s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_0 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{\beta}$$

پاسخ سؤالات ۱۰۷ تا ۱۰۹

۱۰۷ کاهش

۱۰۸ مکان یابی پژواکی

۱۰۹ افزایش

۱۱۰ الف) هسته‌های با تعداد نوترون‌های متفاوت و تعداد پروتون‌های یکسان ← ایزوتوپ
 ب) نیروی هسته‌ای ← کوتاه‌برد
 ج) عدد اتمی هسته دختر، یک واحد افزایش می‌یابد. ← واپاشی بتای منفی
 د) کاربرد در آشکارسازهای دود ← واپاشی آلفا

پاسخ سؤالات ۱۱۱ تا ۱۱۲

۱۱۱ بله

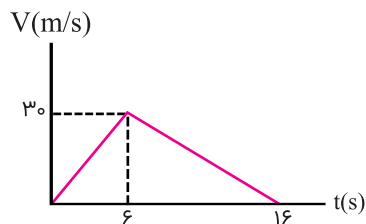
۱۱۲ آونگ B

پاسخ سؤالات ۱۱۳ تا ۱۱۴

$$v = at + v_0$$

$$v = \omega \times r = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = (-3 \times 10) + 30 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$l = \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$l = \frac{1}{2}(-3) \times 100 + (30 \times 10) = 150 \text{ m}$$

$$T - mg - f_D = ma \Rightarrow 60 - 50 - 2/5 = 5a$$

$$\Rightarrow a = 1/5 \text{ m/s}^2$$

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow K_{\max} = \frac{1240}{250} - 4/5$$

$$\Rightarrow K_{\max} = 4/96 - 4/5 = 0/46 \text{ eV}$$

پاسخ سوالات ۱۱۷ تا ۱۲۱

متغیر ۱۱۷

چهار ۱۱۸

بیشتر ۱۱۹

مستقیم ۱۲۰

کوچکتر ۱۲۱

الف ۱۲۲
عرضی

ب
بالا رفتن

۱۲۳

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow n = \frac{30}{6} = 5$$

$$N = \frac{N_0}{2^n} = \frac{N_0}{2^5} \Rightarrow N = \frac{1}{32} N_0$$

۱۲۴

در واکنش‌های شکافت هسته‌ای، موادی که به عنوان کندساز نوترون‌ها استفاده می‌شوند شامل آب معمولی (H_2O)، آب سنگین (D_2O) و گرافیت (اتم‌های کربن) هستند. این مواد به کاهش سرعت نوترون‌های تند کمک می‌کنند تا احتمال جذب آنها توسط ایزوتوپ‌های اورانیوم افزایش یابد و واکنش زنجیری شکافت به طور مؤثری ادامه یابد.

۱۲۵

در سطح خورشید، واکنش‌های هسته‌ای اصلی که اتفاق می‌افتند، واکنش‌های همجوشی هسته‌ای یا گداخت هستند. در این واکنش‌ها، هسته‌های سبک‌تر مانند هیدروژن با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا هسته‌های سنگین‌تری مانند هلیوم را تشکیل دهند. این فرآیند انرژی زیادی آزاد می‌کند که به صورت نور و گرما از خورشید منتشر می‌شود. واکنش همجوشی اصلی در خورشید، زنجیره پروتون-پروتون است که در آن هسته‌های هیدروژن به هلیوم تبدیل می‌شوند.

۱۲۶

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2}$$

$$\Delta E = E_f - E_i = -13.6 \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{4} \right) = 2.05 \text{ eV}$$

$$\Delta E = hf$$

$$f = \frac{2.05}{4 \times 10^{-15}} = 6.375 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۱۲۷

گوشی تلفن همراه روشنی را زیر محفظه تخلیه هوای شیشه‌ای قرار می‌دهیم. در این حالت با برقراری تماس صدای آن شنیده می‌شود. با به کار افتادن پمپ تخلیه هوا، صدا به تدریج ضعیف و سرانجام قطع می‌شود. در حالی که امواج الکترومغناطیسی همچنان به گوشی می‌رسد. نتیجه می‌گیریم صوت نمی‌تواند در خلأ منتشر شود.

۱۲۸

- الف) امواج الکترومغناطیسی گسیل شده از یک جسم جامد ملتهب ← طیف پیوسته
- ب) کمترین انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از حالت پایه ← انرژی یونش الکترون
- ج) عامل پایداری هسته ← نیروی هسته‌ای
- د) انرژی لازم برای جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته ← انرژی بستگی هسته‌ای

۱۲۹

اجسام میل دارند هنگامی که نیروی خالص وارد بر آنها صفر است وضعیت حرکت خود را حفظ کنند. این خاصیت لختی نام دارد.

۱۳۰

با توجه به قانون سوم نیوتن، دو نیروی هم‌اندازه و در خلاف جهت به دو جسم متفاوت وارد می‌شود بنابراین نیروها همدیگر را خنثی نمی‌کنند.

پاسخ سؤالات ۱۳۱ تا ۱۳۲

۱۳۱

این مدل برای وقتی که بیش از یک الکترون به دور هسته می‌گردد، به کار نمی‌رود (نیروی الکتریکی که یک الکترون بر الکترون دیگر وارد می‌کند به حساب نیامده است)، این مدل نمی‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی را توضیح دهد.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\infty^2} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = 1600 \text{ nm}$$

۱۳۲

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{1240}{1600} = 0.775 \text{ eV}$$

پاسخ سؤالات ۱۳۳ تا ۱۳۶

۱۳۳

فرابنفش

۱۳۴

رادرفورد (اتم هسته‌ای)

۱۳۵

جذبی

۱۳۶

وارونی جمعیت

۱۳۷

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_D = ma$$

$$\Rightarrow a = g - \frac{F_D}{m}$$

هرچه m بیشتر باشد، شتاب حرکت بیشتر است در نتیجه $a_2 > a_1$.

پاسخ سؤالات ۱۳۸ تا ۱۴۰

۱۳۸

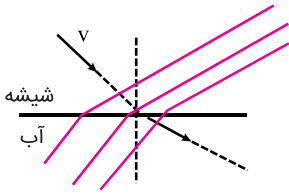
نادرست

۱۳۹

درست

۱۴۰

نادرست



$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{q}{\lambda}$$

ب

$$v_{av} = \frac{v + v_o}{2} \Rightarrow v_{av} \frac{-f_o}{2} = -20 \text{ m/s}$$

الف ۱۴۲

$$v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow h = |\Delta y| = 10 \text{ m}$$

ب

پاسخ سؤالات ۱۴۳ تا ۱۴۴

$$\omega = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

۱۴۳

$$x = 0.05 \cos\left(100\pi \times \frac{1}{400}\right) \Rightarrow x = 0.05 \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m}$$

$$\Rightarrow |a| = \omega^2 x \Rightarrow |a| = 2500 \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۱۴۴

پاسخ سؤالات ۱۴۵ تا ۱۴۸

۱۴۵ نادرست

۱۴۶ نادرست

۱۴۷ درست

۱۴۸ نادرست

برای محاسبه وزن ماهواره در ارتفاعی مشخص از سطح زمین، از قانون گرانش نیوتن استفاده می‌کنیم. وزن یک جسم در سطح زمین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

در ارتفاعی که ۵ برابر شعاع زمین است، فاصله از مرکز زمین $R + 5R = 6R$ خواهد بود. بنابراین وزن ماهواره در این ارتفاع به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{R_e}{6R_e}\right)^2 \\ \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{1}{36}$$

پاسخ سؤالات ۱۵۰ تا ۱۵۱

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow n_1 = \frac{4}{3} = 1/33$$

۱۵۰

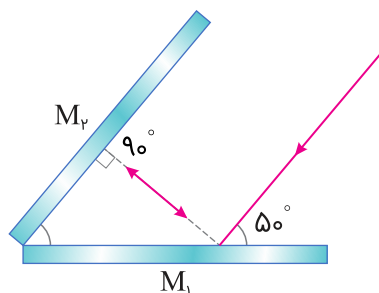
$$K_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \Rightarrow 40 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times v_{\max}^2 \\ \Rightarrow v_{\max} = 20 \frac{m}{s}$$

۱۵۱

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \\ \Rightarrow 440 - \mu_k \times 800 = 80 \times 1/5 \\ \Rightarrow \mu_k = 0.4$$

۱۵۲

زاویه پرتو بازتابیده از آینه M_1 ۱۵۳
زاویه بین دو آینه 40°

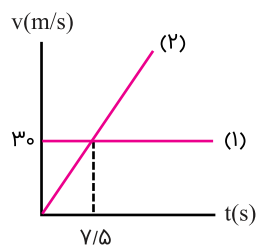


پاسخ سؤالات ۱۵۴ تا ۱۵۵

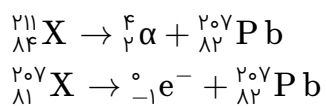
۱۵۴

$$v_1 t = \frac{1}{\gamma} a_1 t^2 \Rightarrow v_0 t = \frac{1}{\gamma} (a_1) t^2 \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

۱۵۵



۱۵۶



شیمی

پاسخ سؤالات ۱۵۷ تا ۱۶۲

۱۵۷

همگن

۱۵۸

اکسنده

۱۵۹

برم

۱۶۰

قوی‌تر

۱۶۱

b

۱۶۲

پالادیم - N_2

۱۶۳

الف

A - زیرا با افزایش فشار طبق اصل لوشاتلیه واکنش در جهت مول‌های گازی کمتر (یا در جهت رفت) جابه‌جا می‌شود تا افزایش فشار تا حد امکان جبران شود. در نتیجه درصد مولی آمونیاک افزایش می‌یابد.

ب کاهش می‌یابد.

پ

$$K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3} \Rightarrow 0.008 = \frac{(0.02)^2}{[N_2] \times (0.5)^3} \Rightarrow [N_2] = 0.4$$

۱۶۴ الف

HNO_2 - زیرا ثابت یونش یا K_a بزرگ‌تری دارد یا یونش آن بیشتر است.

ب

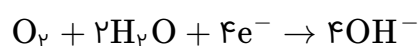
K_a زیرا $1/8 \times 10^{-5}$ برای یک واکنش تعادلی در دمای معین مقداری ثابت است. (یا تغییر غلظت و مقدار بر روی K_a تأثیری ندارد یا ثابت یونش فقط تابع دماست.)

۱۶۵ الف

۲۸

قدرت کاهندگی $A > C > B$ است (یا قدرت کاهندگی $A > B$ است) در نتیجه واکنش انجام می‌شود و دمای محلول افزایش می‌یابد.

ب



پاسخ سؤالات ۱۶۶ تا ۱۶۸

۱۶۶

$$\text{بار یون} = [4 + 4(6)] - [(4 \times 2) + 4(6)] = -4$$

یا:

$$\text{بار یون} = 28 - 32 = -4$$

۱۶۷ شکل (۱)

۱۶۸

$$2/77 \times 10^{-2} = \frac{\text{بار یون}}{77} \Rightarrow \text{بار یون} = 1/99 \simeq 2 \Rightarrow Mg^{2+}$$

۱۶۹

$$0.5 \text{ mol RCOONa} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol RCOONa}} = 0.5 \text{ mol NaOH} \\ \Rightarrow [NaOH] = \frac{0.5 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0.25 \text{ mol/L}$$

$$[NaOH] = [OH^-] = 0.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] \times 0.25 = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = 4 \times 10^{-14}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log[4 \times 10^{-14}] \Rightarrow pH = 14 - 0.6 = 13.4$$

راه حل دوم:

$$[NaOH] = [OH^-] = 0.25 \text{ mol/L} \Rightarrow -\log(0.25) = 0.6 \Rightarrow pH = 14 - 0.6 = 13.4$$

ب SiC زیرا میانگین آنتالپی پیوند بین اتم‌های آن بیشتر است (یا آنتالپی پیوند Si کمتر است).

۱۷۱ روش اول:

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HA]} \Rightarrow \frac{\alpha_{HX}}{\alpha_{HA}} = \frac{\frac{[H^+]_{HX}}{[HX]}}{\frac{[H^+]_{HA}}{[HA]}} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{\frac{0.05}{[H^+]_{HA}}}{\frac{0.1}{[HA]}} \Rightarrow 2 \times 0.05 [H^+]_{HA} = 0.1 \times [H^+]_{HX}$$

$$\Rightarrow [H^+]_{HA} = [H^+]_{HX} \Rightarrow pH_{HA} = pH_{HX}$$

روش دوم:

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HA]} \Rightarrow [H^+]_{HA} = 0.1 \alpha_{HA}, [H^+]_{HX} = 0.05 \alpha_{HX}$$

$$\xrightarrow{\alpha_{HX} = 2 \alpha_{HA}} [H^+]_{HX} = 0.05 \times 2 \alpha_{HA} = 0.1 \alpha_{HA} \Rightarrow [H^+]_{HA} = [H^+]_{HX} \Rightarrow pH_{HA} = pH_{HX}$$

پاسخ سؤالات ۱۷۲ تا ۱۷۵

۱۷۲ نادرست - متفاوت است (رسانایی باریم کلرید کمتر از آلومینیم نیترات است)

۱۷۳ درست

۱۷۴ نادرست - کمتر

۱۷۵ درست

$$a = 6, \quad b = 2$$

۱۷۶ الف

ب (-۲)

پ ۱۲ مول الکترون

$$emf = E_c^\circ - E_a^\circ = +1/23 - (-0.02) = 1/25 V$$

ت

۱۷۷ A الف

ب سرعت واکنش افزایش می‌یابد - ΔH تغییر نمی‌کند.

پ عبارت (۱)

۱۷۸ الف زیرا زنجیر هیدروکربنی یا (بخش ناقطبی) آن کوتاه است. (یا بخش کربنی آن کوتاه‌زنجیر است یا تعداد کربن‌های بخش کربنی آن کم است)

ب ترکیب (۲)

پ پایدار

ت ترکیب (۲)

ث وان‌دروالس

۱۷۹ الف D

ب B^{2+} و A^{3+}

پ D

ت A^{3+}

۱۸۰ الف ترکیب (۳) (اتن یا $CH_2 = CH_2$)

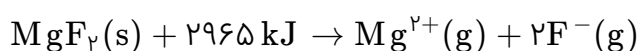
ب ترکیب (۲) (متانول یا CH_3OH)

پ پارازایلن

ت اکسنده

ث HCl

پاسخ سؤالات ۱۸۱ تا ۱۸۲



MgF_2 جامد است و واکنش گرماگیر است پس گرما سمت چپ یا سمت واکنش‌دهنده‌هاست.

۱۸۲ کاهش می‌یابد. زیرا شعاع یون کلرید یا (Cl^{-}) بیشتر از شعاع یون فلوئورید (F^{-}) است، در نتیجه چگالی بار آنیون کلرید کمتر است (یا آنتالپی فروپاشی شبکه کمتر است یا جاذبه بین یون‌های مثبت و منفی در $CaCl_2$ کمتر است) و نقطه ذوب آن کمتر است (یا براساس CaF_2 برعکس نوشته شود).